Groupe de Travail "Automorphismes des Espaces Affines"

LA ROCHELLE - 5 et 6 décembre 2008

Programme

Vendredi 5 décembre à 14h00 :

Families of Groups Actions and the Linearization Problem.
Hanspeter KRAFT (*Basel*)

Résumé : We start with a survey on the Linearization Problem for actions of reductive groups on affine n-space and recall some basic results. Then we explain some recent work with Peter Russell about families of group actions which has interesting consequences, e.g. that every non-finite reductive group action on affine 3-space is linearizable.

Vendredi 5 décembre à 15h30 :

Deux résultats récents d'après Belov-Kontsevich, suite et fin.
Jacques ALEV (*Reims*)

Résumé : Lors d'une rencontre précédente de notre groupe à Dijon, j'avais exposé ces deux resultats, l'un concernant la Conjecture Jacobienne et l'autre un Problème d'automorphisme lié à des structures de Poisson. Suite à cet exposé, il m'a été demande d'approfondir "un peu" les preuves. C'est ce que je présenterai dans cet exposé.

Vendredi 5 décembre à 17h :

Théorèmes de Lefschetz pour les variétés homogènes.
Michel BRION (*Institut Fourier, Grenoble*)

Résumé : Un théorème classique de Lefschetz affirme que la cohomologie d'une section hyperplane d'une variété algébrique projective lisse X de dimension n est isomorphe à la cohomologie de X en degrés $< n-1$. L'exposé présentera un analogue de ce théorème, où est une variété homogène sous un groupe algébrique linéaire ; il généralise un résultat de Danilov et Khovanskii pour les intersections complètes dans les tores.

Samedi 6 décembre à 9h00 :

Surfaces affines portant une action de $\mathbb{C}^*$.

Mikhail ZAIDENBERG (*Institut Fourier, Grenoble*)

Résumé : L'exposé est basé sur un travail en commun avec Hubert Flenner (Bochum) et Shulim Kaliman (Miami). Une classification des surfaces affines portant une bonne (ou bien elliptique) action de $\mathbb{C}^*$ est connue depuis les travaux de Bialynicki-Birula, Orlik et Wagreich, Fieseler et L. Kaup, parmi d'autres. Il y a aussi des surfaces affines portant des actions $\mathbb{C}^*$ paraboliques ou hyperboliques. L'algèbre graduée associée admet une présentation élégante dite présentation de Dolgachev-Pinkham-Demazure, ou bien présentation DPD. Il est possible d'exprimer, en termes de cette présentation, tous les invariants importants géométriques de la surface et de l'action. Étant donnée une surface affine normale, on peut lui attribuer autant de présentations DPD qu'il y a de classes de conjugaison de sous-groupes isomorphes à $\mathbb{C}^*$ dans son groupe d'automorphismes. Ce dernier est souvent de dimension infinie. Dans la plupart des cas, une telle présentation DPD, et donc une telle classe de conjugaison, sont uniques à une équivalence naturelle près. Cependant, il y a des exceptions. Dans l'exposé, nous allons nous concentrer sur les cas exceptionnels, en donnant une classification complète pour les surfaces affines lisses.

Samedi 6 décembre à 10h30 :

Sur certains automorphismes de la cubique de Koras-Russell.

Pierre-Marie POLONI (*IMB, Dijon*)

Résumé : La cubique de Koras-Russell est l'hypersurface X de $\mathbb{C}^4$ définie par l'équation $x + x^2y + z^2 + t^3 = 0$. C'est une variété lisse, difféomorphe à $\mathbb{R}^6$ mais non isomorphe à $\mathbb{C}^3$. Dans cet exposé, on s'intéresse à la question suivante : tous les automorphismes de X s'étendent-ils en des automorphismes de l'espace ambiant ? Nous décrirons le sous-groupe des automorphismes de X qui s'étendent de façon "évidente", et poserons la question du statut d'un automorphisme n'appartenant pas à ce sous-groupe. Les résultats présentés ici ont été obtenus en collaboration avec Lucy Moser-Jauslin.

Samedi 6 décembre à 11h15 :

Affine $\mathbb{T}$-varieties of complexity at most one and locally nilpotent derivations

Alvaro LIENDO (*Institut Fourier, Grenoble*)

Résumé : Let $X = \mathrm{Spec}A$ be a normal affine variety endowed with an effective action of a torus of dimension n. Let also ∂ be a homogeneous locally nilpotent derivation on the normal affine $\mathbb{Z}^n$-graded domain A, so that ∂ generates a $\mathbb{C}_+$-action on X. We provide a complete classification of pairs (X, ∂) in two cases : for toric varieties ($n = \dim X$) and in case where $n = \dim X - 1$. This generalizes previously known results of Flenner and Zaidenberg for surfaces. Our classification shows that $\ker \partial$ is finitely generated. Thus the generalized Hilbert's fourteenth problem has a positive answer in this particular case. As application, we compute the homogeneous Makar-Limanov invariant of such varieties. In particular we exhibit a family of non-rational varieties with trivial Makar-Limanov invariant.